

ӘЛ-ФАРАБИ АТЫНДАҒЫ ҚАЗАҚ ҰЛТТЫҚ УНИВЕРСИТЕТІ
Физика-техникалық факультет
Электроника және астрофизика кафедрасы

Алимгазина Н.Ш.

Электр тізбектер теориясы -1

пәні бойынша дәрістер жинағы

«Радиотехника, электроника және телекоммуникациялар» мамандығы
бойынша білім алушы студенттерге арналған

Алматы, 2025

6-дәріс. Ом және Кирхгоф заңдары комплекстік түрінде

Дәрістің мақсаты. Білім алушыларға Ом және Кирхгоф заңдарын комплекстік формада қолдану арқылы айнымалы ток тізбектерін талдау тәсілдерін үйрету.

Жоспар

1. Тізбектің әртүрлі бөліктері үшін Ом заңы
2. Кирхгоф заңдары

1. Тізбектің әртүрлі бөліктері үшін Ом заңы

а) Кедергісі R резистивті элементі бар тізбектің бөлігін қарастырамыз. Осы тізбек бойымен синусоидалды ток өтеді

$$i_R = I_{mR} \sin(\omega t + \psi_{i_R}).$$

Ом заңы бойынша $i_R = \frac{u_R}{R}$, сонда элементтегі кернеу түсуі

$$u_R = I_{mR} R \sin(\omega t + \psi_{i_R}).$$

Яғни, синусоидалды ток кезіндегі резистивті элементтегі кернеу де синусоидалды заң бойынша өзгереді. Осы теңдеуді $u_R = U_{mR} R \sin(\omega t + \psi_{u_R})$ теңдеумен салыстырамыз, сонда амплитудалар мәндерінің байланысы

$$U_{mR} = I_{mR} R$$

және бастапқы фазалардың қатынасы

$$\psi_{u_R} = \psi_{i_R}. \quad (1)$$

Осыдан айнымалы ток кезінде резистивті элементі бар тізбек бөлігінде **ток пен кернеу арасында фаза ығысуы болмайды** деген қорытынды жасай аламыз.

Ток пен кернеуді комплекстік түрінде жазамыз:

$$\dot{U}_R = U_{mR} e^{j\psi_{u_R}},$$

$$\dot{I}_R = I_{mR} e^{j\psi_{i_R}},$$

Онда тізбек бөлігі үшін *комплекстік түріндегі Ом заңы*:

$$\dot{U}_R = \dot{I}_R \cdot R. \quad (2)$$

Бұл теңдеу *резистивті элементтегі кернеу түсуін* анықтайды.

б) Энергия көзі ретінде қолданылатын C сыйымдылығы бар сыйымдылықты элементті бар тізбектің бөлігін қарастырамыз. Сыйымдылықтың кернеуі келесі заңдылық бойынша өзгереді:

$$u_C = U_{mC} \sin(\omega t + \psi_{u_C}).$$

Сыйымдылықты элемент арқылы өтетін ток $i_C = \frac{dq}{dt}$, мұндағы $q = u_C C$.

Онда

$$i_C = U_{mC} \omega C \cos(\omega t + \psi_{u_C}).$$

Синусоидалды кернеу кезінде сыйымдылықты элемент арқылы өтетін ток та синусоидалды заңдылық бойынша өзгереді. Егер синус функциясы арқылы түрлендірсек, онда

$$i_C = U_{mC} \omega C \sin(\omega t + \psi_{u_C} + \frac{\pi}{2})$$

аламыз. Осы теңдеуді $i_C = I_{mC} \sin(\omega t + \psi_{i_C})$ теңдеумен салыстырғанда, бастапқы фазалардың қатынасын аламыз

$$\psi_{i_C} = \psi_{u_C} + \frac{\pi}{2} \quad (3)$$

және амплитудалар мәндерінің байланысын

$$I_{mC} = U_{mC} \omega C,$$

мұндағы $X_C = \frac{1}{\omega C}$ - сыйымдылықты кедергі.

Осыдан, *айнымалы ток кезінде сыйымдылықты элементті бар тізбек бөлігінде ток пен кернеу арасында фаза ығысуы болады. Сыйымдылықты элементтегі кернеу фаза бойынша токтан $\frac{\pi}{2}$ бұрышқа артқа қалып отырады.*

Барлық шамаларды комплекстік түрінде жазамыз:

$$\dot{U}_C = U_{mC} e^{j\psi_{u_C}},$$

$$\dot{I}_C = I_{mC} e^{j\psi_{i_C}},$$

$$\dot{X}_C = \frac{1}{j\omega C} = -j \frac{1}{\omega C} = -jX_C. \quad (4)$$

Онда тізбектің бөлігі үшін *комплекстік түріндегі Ом заңы*:

$$\dot{U}_C = \dot{I}_C \cdot \dot{X}_C = -jX_C \cdot \dot{I}_C. \quad (5)$$

Бұл теңдеу *сыйымдылықты элементтегі кернеу түсуін* анықтайды.

в) Индуктивтілігі L индуктивті элементі бар тізбектің бөлігін қарастырамыз. Осы тізбек бойымен синусоидалды ток өтеді

$$i_L = I_{mL} \sin(\omega t + \psi_{i_L}).$$

Элементтегі кернеу:

$$u_L = -e_L,$$

мұндағы $e_L = -L \frac{di_L}{dt}$ - ЭҚК өздік индукциясы. Сонда

$$u_L = I_{mL} \omega L \cos(\omega t + \psi_{i_L}).$$

Яғни синусоидалды ток кезінде индуктивті элементтегі кернеу де синусоидалды заң бойынша өзгереді. Егер синус функциясы бойынша түрлендірсек, онда

$$u_L = I_{mL} \omega L \sin(\omega t + \psi_{i_L} + \frac{\pi}{2}).$$

Осы теңдеуді $u_L = U_{mL} \sin(\omega t + \psi_{u_L})$ теңдеумен салыстырғанда, бастапқы фазалардың қатынасын аламыз

$$\psi_{u_L} = \psi_{i_L} + \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

және амплитудалар мәндерінің байланысын

$$U_{mL} = I_{mL} \omega L,$$

мұндағы $X_L = \omega L$ - индуктивті кедергі.

Осыдан айнымалы ток кезінде индуктивті элементі бар тізбектің бөлігінде ток пен кернеу арасында фаза ығысуы болады. **Индуктивті элементте кернеу фаза бойынша токтан $\frac{\pi}{2}$ бұрышқа озып отырады.**

Барлық шамаларды комплекстік түрінде жазайық:

$$\dot{U}_L = U_{mL} e^{j\psi_{u_L}},$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_L &= I_{mL} e^{j\psi_{iL}}, \\ \dot{X}_L &= j\omega L = jX_L.\end{aligned}\tag{7}$$

Онда тізбек бөлігі үшін *комплекстік түріндегі Ом заңы*:

$$\dot{U}_L = \dot{I}_L \cdot \dot{X}_L = jX_L \cdot \dot{I}_L.\tag{8}$$

Бұл тендеу *индуктивті элементтегі кернеу түсуін* анықтайды.

2. Кирхгоф заңдары

Кирхгоф заңдарының мағынасы шамалардың (ток, кернеу, ЭҚК) уақытқа тәуелділігіне (тұрақты немесе айнымалы) байланысты болмайды. Тек қана айнымалы шамалар комплекстік түрінде алынады.

Кирхгофтың I заңы:

Түйінде жинақталатын барлық комплекстік токтардың алгебралық қосындысы нөлге тең:

$$\sum_k \dot{I}_k = 0.\tag{9}$$

Кирхгофтың II заңы :

Тізбектің тұйықталған бөлігінде (контурда) барлық элементтердің комплекстік кернеу түсуінің алгебралық қосындысы осы тізбек бөлігіндегі (контурда) барлық комплекстік ЭҚК алгебралық қосындысына тең:

$$\sum_k \dot{U}_k = \sum_m \dot{E}_m.\tag{10}$$

Бақылау сұрақтары

1. Индуктивті элементі бар тізбектің бөлігі үшін Ом заңын комплекстік түрде жазып беріңіз.
2. Активті кедергісі бар тізбектің бөлігі үшін Ом заңын комплекстік түрде жазып беріңіз.
3. Сыйымдылықты элементі бар тізбектің бөлігі үшін Ом заңын комплекстік түрде жазып беріңіз.
4. Кирхгоф заңдарын комплекстік түрінде жазып беріңіз.

Әдебиеттер тізімі

1. Н.Ш. Алимгазина, А.Б. Манапбаева. Электр тізбектер теориясы. Дәрістер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 228 б.

2. Н.Ш. Алимгазинова, С.М. Манаков, А.Б. Манапбаева, А.Ә. Әлібек. «Электр тізбектер теориясы» пәні бойынша есептер жинағы. – Алматы: Қазақ университеті, 2017. – 162 б.

3. Г.В. Зевеке, П.А. Ионкин, А.В. Нетушил, С.В. Страхов. Основы теории цепей: Учеб. для вузов.—8-е изд., перераб. —М., 2020 -528 с.

4. Л.А. Бессонов. Теоретические основы электротехники: Электрические цепи. Учеб. для студентов электротех., энергетич. и приборостроит. спец. вузов. —7-е изд., перераб. и доп. —М.: Высш. шк., 2015. —528 с.